Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

SS 2004
Übungsblatt 10
25. Juni 2004

Diskrete Strukturen II

Aufgabe 1

Angenommen, zwei Zufallsvariablen haben die gemeinsame Dichtefunktion $f(x, y) = \frac{e^{-y}}{y}$ für $0 < x < y$ und $0 < y < \infty$, sonst 0. Berechnen Sie $\mathbb{E}[X^3 \mid Y = y]$.

Aufgabe 2

Versicherungen benutzten manchmal die Funktion

$$h(t) = 0.027 + 0.0025(t - 40)^2$$

um die 'Ausfallrate"[1] durch Lungenkrebs eines t Jahre alten männlichen Kettenrauchers abzuschätzen. Angenommen, ein 40 Jahre alter Raucher hat keine anderen Risiken, wie groß ist nach der Formel die Wahrscheinlichkeit, dass er bis zu seinem 50-ten Lebensjahr nicht erkrankt?

Aufgabe 3

Manche Leute glauben, die tägliche Preisänderung am Aktienmarkt sei eine Zufallsvariable mit Erwartungswert 0 und Varianz σ^2. Genauer ist der Preis Y_n einer Aktie am n-ten Tag durch

$$Y_n = Y_{n-1} + X_n \quad (n \geq 1)$$

gegeben, wobei $X_1, X_2, \ldots$ unabhängig und identisch verteilt mit Erwartungswert 0 und Varianz σ^2 sind. Angenommen, heute kostet eine Aktie 100€ und $\sigma^2 = 1$, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Aktie in 30 Tagen mehr als 112€ wert ist? (Hinweis: Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz)

Aufgabe 4

Betrachten wir ein anderes Modell für den Aktienmarkt als in Aufgabe 3: Wenn eine Aktie zu einem bestimmten Zeitpunkt s€ wert ist, dann ist ihr Wert nach einem Tag entweder $u \cdot s$ mit Wahrscheinlichkeit p oder $d \cdot s$ mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$. Die Preisentwicklungen an verschiedenen Tagen sind unabhängig voneinander. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Preis der Aktie in 1000 Tagen um 30% steigt, wenn $u = 101.2\%$, $d = 99.0\%$ und $p = 51\%$?
(Hinweis: Wir haben vor einigen Wochen schon mal ein Produkt in eine Summe umgewandelt – hier geht es genauso.)

[1] In diesem Fall ist die englische Bezeichnung *hazard rate* unverfänglicher.