
Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 26.04.2005 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei G ein Graph auf der Knotenmenge $V = \{1, 2, \dots, 8\}$. Die Nachbarschaften der Knoten sind in der folgenden Tabelle gegeben:

Knoten	adjazente Knoten
1	(2, 3, 4)
2	(1, 3, 4)
3	(1, 2, 4)
4	(1, 2, 3, 6)
5	(6, 7, 8)
6	(4, 5, 7)
7	(5, 6, 8)
8	(5, 7)

Nehmen Sie im Folgenden an, dass bei einer Graphtraversierung die zu einem Knoten adjazenten Knoten in der Reihenfolge zurückgegeben, in der sie in der obigen Liste stehen.

- Zeichnen Sie den Graphen G .
- Ordnen Sie die Knoten in der Reihenfolge an, in der sie bei einer BFS besucht werden, die im Knoten 1 startet.
- Ordnen Sie die Knoten in der Reihenfolge an, in der sie bei einer DFS besucht werden, die im Knoten 1 startet.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *bipartit*, genau dann wenn es eine Partition $P = (V_1, V_2)$ von V gibt, so dass für alle Kanten $\{u, v\}$ gilt: $u \in V_1$ und $v \in V_2$. Geben Sie einen Algorithmus an, der testet, ob ein ungerichteter, zusammenhängender Graph bipartit ist. Ihr Algorithmus sollte eine Laufzeit von $O(n + m)$ haben, wobei $n = |V|$ und $m = |E|$ gilt.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Eine *unabhängige Menge* eines ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine Teilmenge $I \subseteq V$, so dass für zwei Knoten $u, v \in I$ gilt: $(u, v) \notin E$. Eine *maximale unabhängige Menge* M ist eine unabhängige Menge, so dass für alle Knoten $v \notin M$ gilt: $M \cup \{v\}$ ist keine unabhängige Menge. Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, der für einen ungerichteten Graphen eine maximale unabhängige Menge bestimmt und bestimmen sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.