
Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen II

Abgabetermin: 31.05.2005 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei $G = (V, E, w)$ ein ungerichteter, einfacher Graph mit paarweise verschiedenen Kantengewichten. Der minimale Spannbaum von G werde mit $\text{MST}(G)$ bezeichnet.

Definition: Eine Teilmenge $C \subseteq V$ heißt *kontrahierbar*, falls $\text{MST}(G) \cap G[C]$ zusammenhängend ist.

Definition: Eine Teilmenge $C \subseteq V$ heißt *stark kontrahierbar*, falls für alle Paare von Kanten $e, f \in E(G)$ mit $\|e \cap C\| = 1$ und $\|f \cap C\| = 1$ mindestens ein Pfad \mathcal{P} in $G[C]$ existiert, der e und f verbindet, so dass für alle Kanten h auf diesem Pfad gilt $w(h) \leq \min\{w(e), w(f)\}$.

Zeigen Sie an einem Beispiel, dass Kontrahierbarkeit nicht starke Kontrahierbarkeit impliziert, d.h. es gibt G und C , so dass C kontrahierbar aber nicht stark kontrahierbar ist.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass man den QUICKSELECT-Median-Algorithmus mit Hilfe von SOFTHEAPS so implementieren kann, dass er lineare Laufzeit hat.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Betrachten Sie folgendes Problem:

Problem: CONTRACTION(G, X)

Eingabe: Zusammenhängende Graphen $G = (V, E)$ und $X = (V', E')$.

Aufgabe: Gibt es eine Graphenfolge (G_0, G_1, \dots, G_k) mit $G_0 = G$ und $G_k = X$ und für alle $0 \leq i \leq k - 1$ entsteht G_{i+1} aus G_i durch Kontraktion einer Kante $e \in E(G_i)$

Zeigen Sie, dass das Problem CONTRACTION NP-vollständig ist. (*Hinweis:* Verwenden Sie dazu das bekannte NP-vollständige Problem INDEPENDENTSET.)