

---

## Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

---

*Abgabetermin: 26.10.2007 vor der Vorlesung*

### **Aufgabe 1 (10 Punkte)**

Zeigen Sie mit Induktion, dass  $n^{\frac{n}{2}} \leq n! \leq n^n$  gilt.

### **Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Lösen Sie die folgenden Rekursionen

(a)  $a_n = a_{n-1} + 2^{n-1}$  mit  $a_0 = 2$

(b)  $a_n = a_{n-1} + 8a_{n-2} - 12a_{n-3}$  mit  $a_0 = -1$ ,  $a_1 = 11$  und  $a_2 = -27$ .

### **Aufgabe 3 (10 Punkte)**

Gegeben sei folgender Algorithmus zur Berechnung von  $n!$

```
r := 1
for i = 2 to n do r = r · i
```

Bestimmen sie Platzbedarf und Laufzeit im uniformen und logarithmischen Kostenmaß.

### **Aufgabe 4 (10 Punkte)**

Beweisen oder widerlegen Sie

(a)  $\sqrt{n} \sin^2(\pi n) \in \Theta(\sqrt{n})$

(b)  $n^{(-1)^n} \in \omega\left(\frac{1}{n!}\right)$

(c)  $2^{\sqrt{\log n}} \in O(\sqrt{n})$

(d)  $\log_n(n!) \in O(n)$ .