
Diskrete Strukturen

Hin.Ti's zu Aufgaben von Blatt 13

Die folgenden Hinweise und Tipps zu Haus- oder Zusatzaufgaben sind für die Bearbeitung nicht notwendig, möglicherweise aber hilfreich. Man sollte zunächst versuchen, die Aufgaben ohne Hilfestellung zu lösen.

ad HA 1:

1. Stellen Sie den Zusammenhang mit den Stirling-Zahlen erster Art her.

Der Ausschluss von einelementigen Gruppen ist gleichbedeutend mit der Forderung, dass nur Permutationen ohne Fixpunkt betrachtet werden. In Analogie zu Derangements betrachtet man die Anzahl $D_{n,k}$ der Gruppeneinteilungen der n Gäste in k Gruppen, so dass jede Gruppe mindestens 2 Personen enthält.

Als Lösung genügt die Aufstellung eines Gleichungssystems für alle $D_{n,k}$, das die $D_{n,k}$ mit den Stirling-Zahlen 1. Art verknüpft.

2. Man kann sich vorstellen, dass der Gastgeber eine der n Personen auswählt und sich einfach rechts neben diese Person stellt.
3. Das Pärchen kann zunächst als eine Person behandelt werden. Es muss dann berücksichtigt werden, wer von beiden den anderen zum linken bzw. rechten Nachbarn hat.

ad HA 2:

Man verwendet $\sum_{k=1}^n f(k)\Delta g(k) = [f(k)g(k)]_1^{n+1} - \sum_{k=1}^n \Delta f(k)g(k+1)$

(i) und setzt $f(k) = k(k-1)$, $\Delta g(k) = 2^k$.

(ii) und setzt $f(k) = 3k$, $g(k) = 4^k$ mit $\Delta f(k) = 3$, $\Delta g(k) = 3 \cdot 4^k$.

ad HA 3:

Umformung: $(-n)^{\bar{k}} = (-1)^k \cdot n^{\bar{k}} = (-1)^k \cdot \binom{n}{k} k!$.

Zu lösen ist dann $n! = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k k! a_k$.

ad HA 4 und HA 5:

Gehen Sie jeweils von dem charakteristischen Polynom der Rekursion aus und verfahren Sie nach Anleitung von Arbeitsblatt 3.